Exercice 1

On note i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
On considère les nombres complexes z_1, z_2 et z_3 définis par :

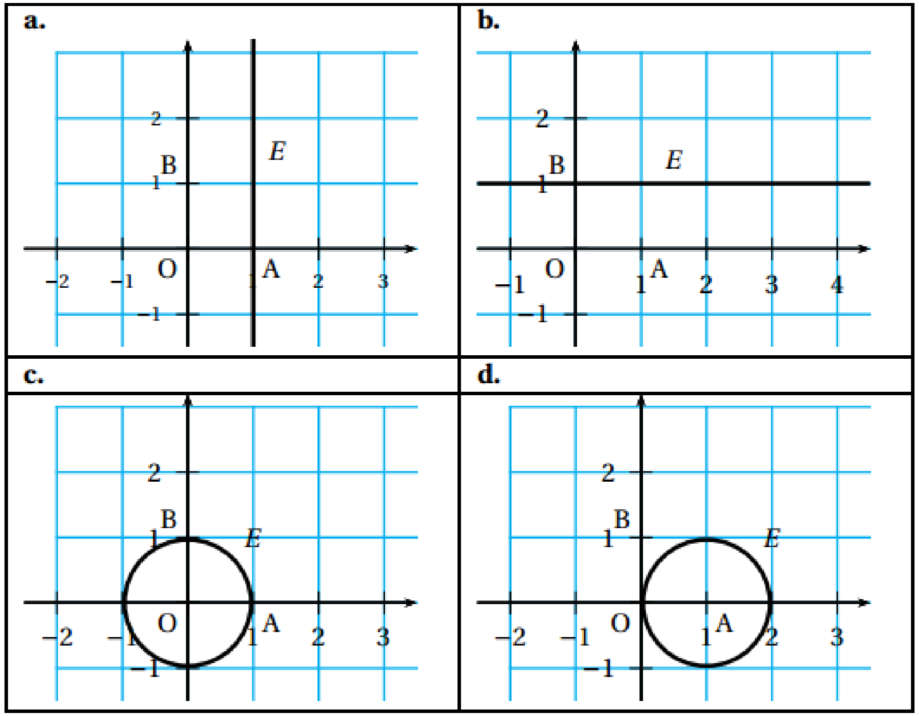
$$z_1 = 1 + \mathrm{i}\sqrt{3}, \quad z_2 = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \quad \text{et} \quad z_3 = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{12}}.$$

1. Déterminer l'écriture exponentielle de z_1.
2. Déterminer l'écriture algébrique de z_2.
3. Démontrer que $z_1 \times z_2 = 2z_3$.
4. En déduire l'écriture algébrique de z_3.
5. En déduire que $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$.

Exercice 2 QCMs

1. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -5 + 5\mathrm{i}$ est :
   - **a.** $z = 5\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$
   - **b.** $z = 5\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$
   - **c.** $z = 5\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$
   - **d.** $z = 5\sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{4}}$
2. Si $z_1 = 2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{3\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$, alors le produit $z_1 \times z_2$ est un nombre complexe :
   - **a.** de module 4 et dont un argument est $\frac{2\pi}{7}$
   - **b.** de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\frac{5\pi}{12}$
   - **c.** de module 4 et dont un argument est $\frac{5\pi}{12}$
   - **d.** de module $2\sqrt{2}$ et dont un argument est $\frac{13\pi}{12}$
3. Le nombre complexe $\frac{\sqrt{2}-\mathrm{i}\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\mathrm{i}\sqrt{2}}$ est égal à :
   - **a.** 1
   - **b.** i
   - **c.** -1
   - **d.** $-\mathrm{i}$
4. Le nombre complexe z de module $2\sqrt{3}$ et dont un argument est $\frac{2\pi}{3}$ a pour forme algébrique :
   - **a.** $\sqrt{3} - 3\mathrm{i}$
   - **b.** $3 - \mathrm{i}\sqrt{3}$
   - **c.** $-\sqrt{3} + 3\mathrm{i}$
   - **d.** $-3 + \mathrm{i}\sqrt{3}$

1. Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, A, B).
L'ensemble E des images des nombres complexes z vérifiant la relation $|z| = 1$ est représenté en gras par :



2. Considérons les deux nombres complexes

$$z_1 = \sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{4}} \quad \text{et} \quad z_2 = -\sqrt{3}+\mathrm{i}$$

où i est le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$.
Le produit $z_1 \times z_2$ est égal à :

a. $2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{11\pi}{12}}$	**b.** $\left(1+\sqrt{3}\right)(-1+\mathrm{i})$
c. $2\sqrt{2}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{13\pi}{12}}$	**d.** $1-\sqrt{3}+2\mathrm{i}$

1. On considère le nombre complexe $z = 3\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$. La forme algébrique du nombre complexe z est :

a. $-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$ **b.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$ **c.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}+\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$ **d.** $-\dfrac{3\sqrt{3}}{2}-\dfrac{3}{2}\mathrm{i}$

2. $z_1 = 1+\mathrm{i}\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3}-\mathrm{i}$. La forme exponentielle du nombre complexe $z_1 \times z_2$ est :

a. $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **b.** $-4\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **c.** $2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{6}}$ **d.** $4\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}$

2. La forme exponentielle du nombre complexe $z = -3+\mathrm{i}3\sqrt{3}$ est :

a. $3\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ **b.** $6\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ **c.** $6\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$ **d.** $-6\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\frac{2\pi}{3}}$

3. On considère le complexe $z = \sqrt{2}-\mathrm{i}\sqrt{2}$.
Le nombre complexe z^2 est égal à :

a. $z^2 = 2$ **b.** $z^2 = 4$ **c.** $z^2 = -4$ **d.** $z^2 = -4\mathrm{i}$