| Lycée Secondaire Mongi Slim<br>2019/2020 | Fonctions exp et ln<br>**Série n°2** | Prof : Ben Amar Adnene<br>Classes: $4^{ème}$Eco. |
|---|---|---|

## Exercice n°1:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + 2x + e^{2x}$. On désigne par ($C_f$) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. a. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.
   b. Dresser le tableau de variation de f .
2. a. Montrer que $\Delta$ : $y = 2x + 1$ est une asymptote à ($C_f$) au voisinage de $-\infty$
   b. Etudier la position de ($C_f$) par rapport à $\Delta$ .
3. Montrer que $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter le résultat graphiquement.
4. a. Montrer que f réalise une bijection de IR sur IR.
   b. Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une unique solution $\alpha$ et que :$-1 < \alpha < -0.5$
5. a. Déterminer f(0) puis montrer que $f^{-1}$ est dérivable en 2 et calculer $(f^{-1})'(2)$.
   b. Ecrire une équation de la tangente à la courbe (C ') au point d'abscisse 2.
6. Tracer les deux courbes (C) et (C ') des deux fonctions f et $f^{-1}$.

## Exercice n°2:

Soit f la fonction définie sur ]0, +∞[ par $f(x) = \frac{x + 3 + 3\ln x}{x}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Montrer que $\lim_{x\to0^+} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 1$. Interpréter graphiquement les résultats obtenus.
2. a. Montrer que pour tout réel $x \in ]0, +\infty[$, $f'(x) = \frac{-3\ln x}{x^2}$.
   b. Dresser le tableau de variation de f.
3. a. Montrer que l'équation f(x)=0 admet dans ]0, +∞[, une unique solution $\alpha$ et que $0.32<\alpha<0.34$.
   b. Tracer la courbe (C) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$.
4. Une usine fabrique chaque jour x objets. On suppose que son bénéfice B, exprimé en milliers de dinars, est une fonction de x définie sur [100, 6000] par $B(x) = f\left(\frac{x}{1000}\right)$.
   a. Déterminer le nombre d'objets à fabriquer pour que l'usine réalise un bénéfice maximal et donner en dinars ce bénéfice.
   b. Déterminer, au dinar prés, le bénéfice réalisé pour une fabrication de 4000 objets.

## Exercice n°3:

Dresser le Dresser le tableau de variation de f des fonctions suivantes :

* $f(x) = 2e^x - 4x + 3$ $\quad$ $I = \mathbb{R}$
* $f(x) = \frac{e^x - x}{x}$ $\quad$ I = ]0, +∞[
* $f(x) = x.e^{1-x}$ $\quad$ $I = \mathbb{R}$