

Exercice II proposé de révision pour les 4^{ème} Economie

Dans l'annexe ci-jointe est représenté dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) ,

La courbe (ζ) d'une fonction f . Les droites d'équations $x=1$ et $x=-1$ sont des asymptotes à (ζ) et (T) est la tangente à (ζ) en O .

- 1) En utilisant le graphe déterminer : $f(0)$ et $f'(0)$.
- 2) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Montrer que f admet une fonction réciproque g définie sur un intervalle que l'on précisera .

On note (ζ') la courbe de g .

4)

- a) Déterminer : $g(0)$ et $g'(0)$.
- b) Tracer (ζ') (sur la feuille à rendre).

5) On admet que l'expression de g est de la forme : $g(x) = \frac{e^x + a}{e^x + b}$.

a) Montrer en utilisant ce qui précède que : $g(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

b) Vérifier que : $U(x) = -\ln(e^{-x} + 1)$ est une primitive de $u(x) = \frac{1}{e^x + 1}$.

c) En écrivant : $g(x) = 1 - \frac{2}{e^x + 1}$ déterminer une primitive $G(x)$ de $g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

d) Calculer alors : $\int_0^1 g(x) dx$.

e) Calculer l'aire \mathcal{A} de la partie du plan limitée par (ζ) , (ζ') et les droites $x = 1$ et $y = 1$.

