I-Fonction Logarithme népérien :

I. Définition :

On appelle fonction Logarithme népérien la primitive de la fonction $f(x)=\frac{1}{x}$ sur l'intervalle $]0,+\infty[$.

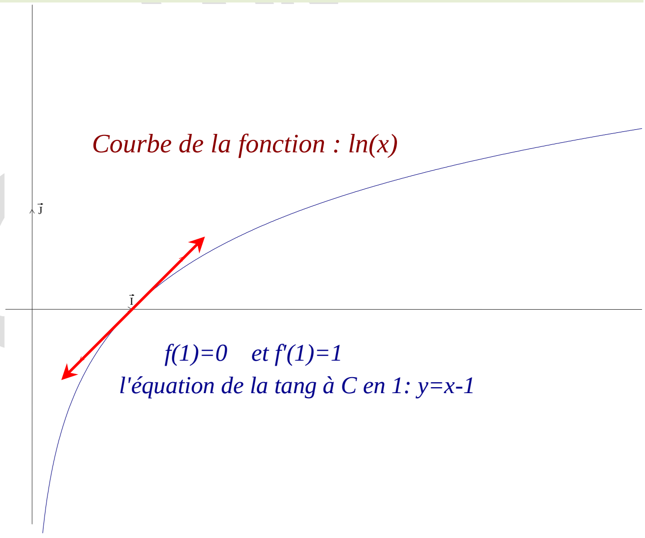
notée Ln(x) ou bien Log(x).

II. Propriétés:

étant donnée la fonction f(x) = ln(x) on a :

- $D_f =]0, +\infty[$
- $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$
- *ln(x) est une fonction continue et dérivable sur : $]0, +\infty[$*
- $\forall x>0$ *on a* $f'(x)=\frac{1}{x}$ *d'où*

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	||		$+$		
$f(x)$	|| $-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$



- *Donc on peut déduire le signe de la fonction ln(x) :*

x	0		1		$+\infty$
$ln(x)$	||	$-$	0	$+$	

- $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ *donc C_f admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{i})$.*

I. Propriétés algébriques et complément de limites:

- $\lim\limits_{x\to 0^+} ln(x) = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} x\,ln(x) = 0$;

  $\lim\limits_{x\to +\infty} ln(x) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{ln(x)}{x} = 0$;

  $\lim\limits_{x\to 1} \frac{ln(x)}{x-1} = 1$; $\lim\limits_{x\to 0} \frac{ln(x+1)}{x} = 1$.
- $[ln(x)]' = \frac{1}{x}$.
- *si f(x) est une fonction dérivable sur un intervalle I et*

- *ln(x) est une fonction strictement croissante sur $]0,+\infty[$ donc : $0<a<b \Leftrightarrow ln(a)<ln(b)$*

  $ln(a)=ln(b) \Leftrightarrow a=b$
- $ln(ab)= ln(a)+ln(b)$; $ln(a^n)=n\,ln(a)$
- $ln(\frac{1}{a}) = -ln(a)$; $ln(\frac{a}{b}) = ln(a) - ln(b)$
- $Ln(1)=0$ & $ln(e)=1$ où $e\approx 2,71...$
- $\forall a \in \mathbb{R}$: $ln(x)=a \Leftrightarrow x = e^a$

tel que : $\forall x \in I$ on a : f(x)>0 alors ln[f(x)] est dérivable

sur I et $\left(\ln[f(x)]\right)' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$

- $\displaystyle\int \frac{u'(x)}{u(x)}dx = \ln|u(x)| + c$

II-Fonction exponentielle:

I. Définition :

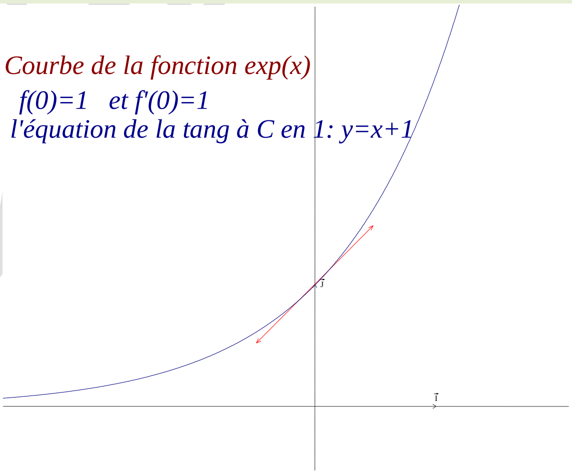
On appelle fonction exponentielle la réciproque de la fonction f(x)= ln(x) sur l'intervalle$]0,+\infty[$.
notée exp(x) ou bien e^x .

II. Propriétés:

étant donnée la fonction $f(x) = e^x$ on a :

- $D_f = \mathbb{R}$
- $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$; $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = 0$
- e^x est une fonction continue et dérivable sur $\mathbb{R}$
- $\forall x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x)=e^x$ d'où :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)		+	
f(x)	0	1 ↗	$+\infty$



- $\forall x \in \mathbb{R}$ on a : $e^x>0$
- $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ donc C_f admet une branche parabolique de direction $(O,\vec{j})$.

II. Propriétés algébriques et complément de limites:

- $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} e^x = 0$; $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} xe^x = 0$; $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$;

  $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$; $\displaystyle\lim_{x\to0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$;
- $[e^x]' = e^x$.
- si f(x) est une fonction dérivable sur un intervalle I alors $e^{f(x)}$ est dérivable sur I et
  $\left(e^{f(x)}\right)' = f'(x)e^{f(x)}$
- $\displaystyle\int u'(x)e^{u(x)}dx = e^{u(x)} + c$

- e^x est une fonction strictement croissante sur $\mathbb{R}$
  donc : $\forall a<b \Leftrightarrow e^a < e^b$
  $e^a = e^b \Leftrightarrow a=b$
- $e^a \times e^b = e^{a+b}$; $(e^a)^n = e^{na}$
- $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$; $\dfrac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
- $\forall a>0$: $e^x=a \Leftrightarrow x = \ln(a)$
- $\forall x \in \mathbb{R}$,on a: $\ln(e^x)=x$ & $\forall x>0$,on a:$e^{\ln(x)} = x$