MR : GARY ***Lycée Mourouge 2***	**Chapitre 5 : *Vecteurs et translations*** https://sites.google.com/site/badrmathtunisia	***Classe : 1 er Secondaire***

I) **Vecteurs**

1) Définition

Un vecteur est un bipoints possède les caractéristiques suivants (direction ; sens ; longueurs)

- Le bipoints (A , B) représente un objet mathématiques appelé vecteur est noté $\overrightarrow{AB}$

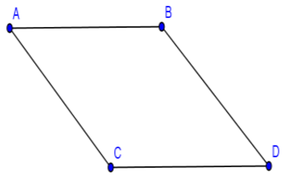
A $\longrightarrow$ B

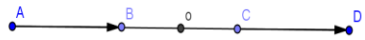
$$\overrightarrow{AB} \begin{cases} Origine\ \ A\ ,\quad Extrimité\ B \\ Direction\ horizontale \\ Sens\ de\ A\ vers\ B \\ Longueur\ AB \end{cases}$$

- Le bipoints (A, A) ; (B, B) représentent un même vecteur appelé le vecteur nul et noté : $\vec{\mathbf{0}}$
- $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$

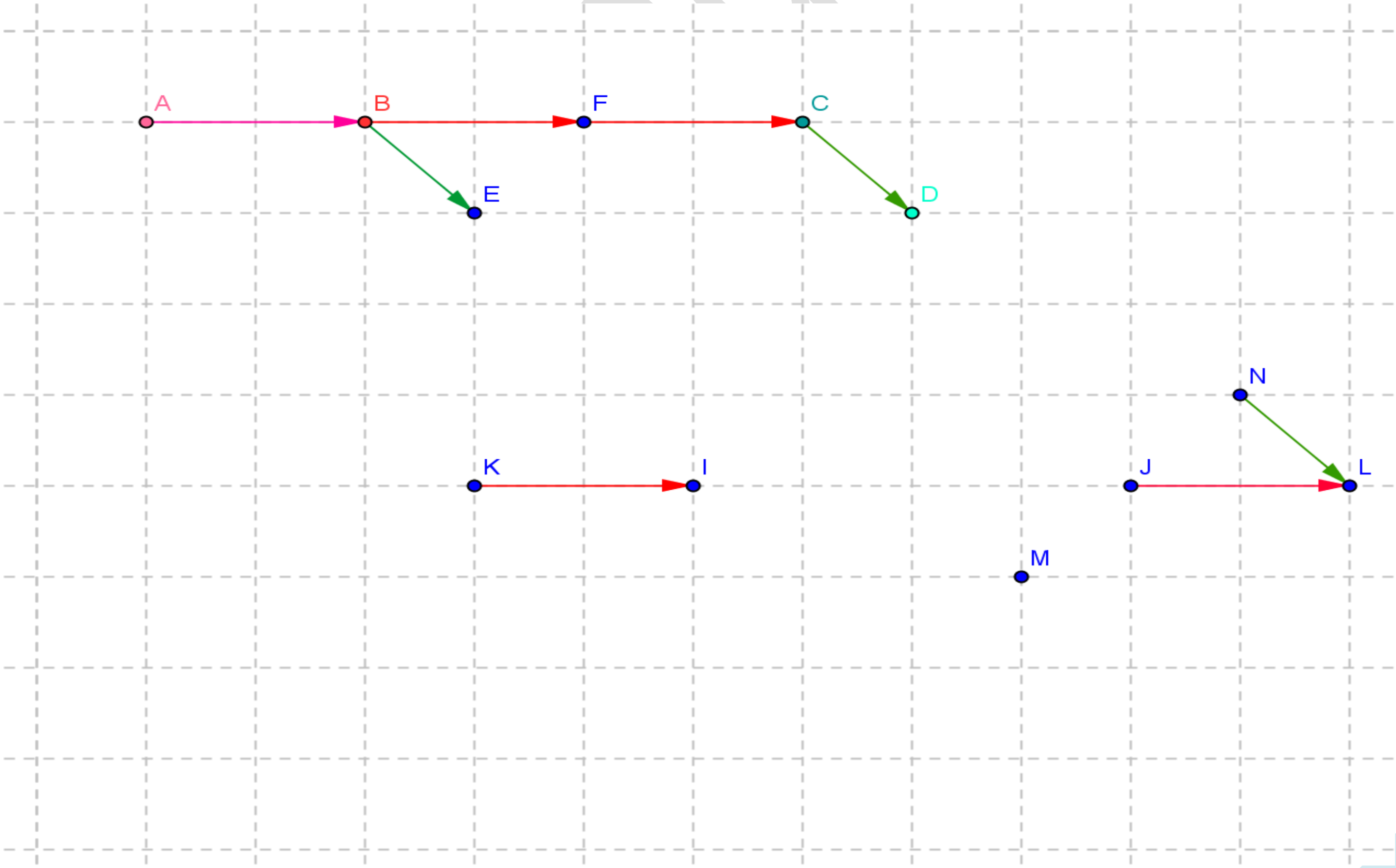
Soit A, B, C et D quatre points on dit que les bipoints (A , B) et (C , D)) représentent le même vecteur si les segments [AD] et [BC] ont le même **milieu .**

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **équivaut à** [AD] et [BC] o nt le même **milieu .**





2) **Activité 2 page 53**



badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia

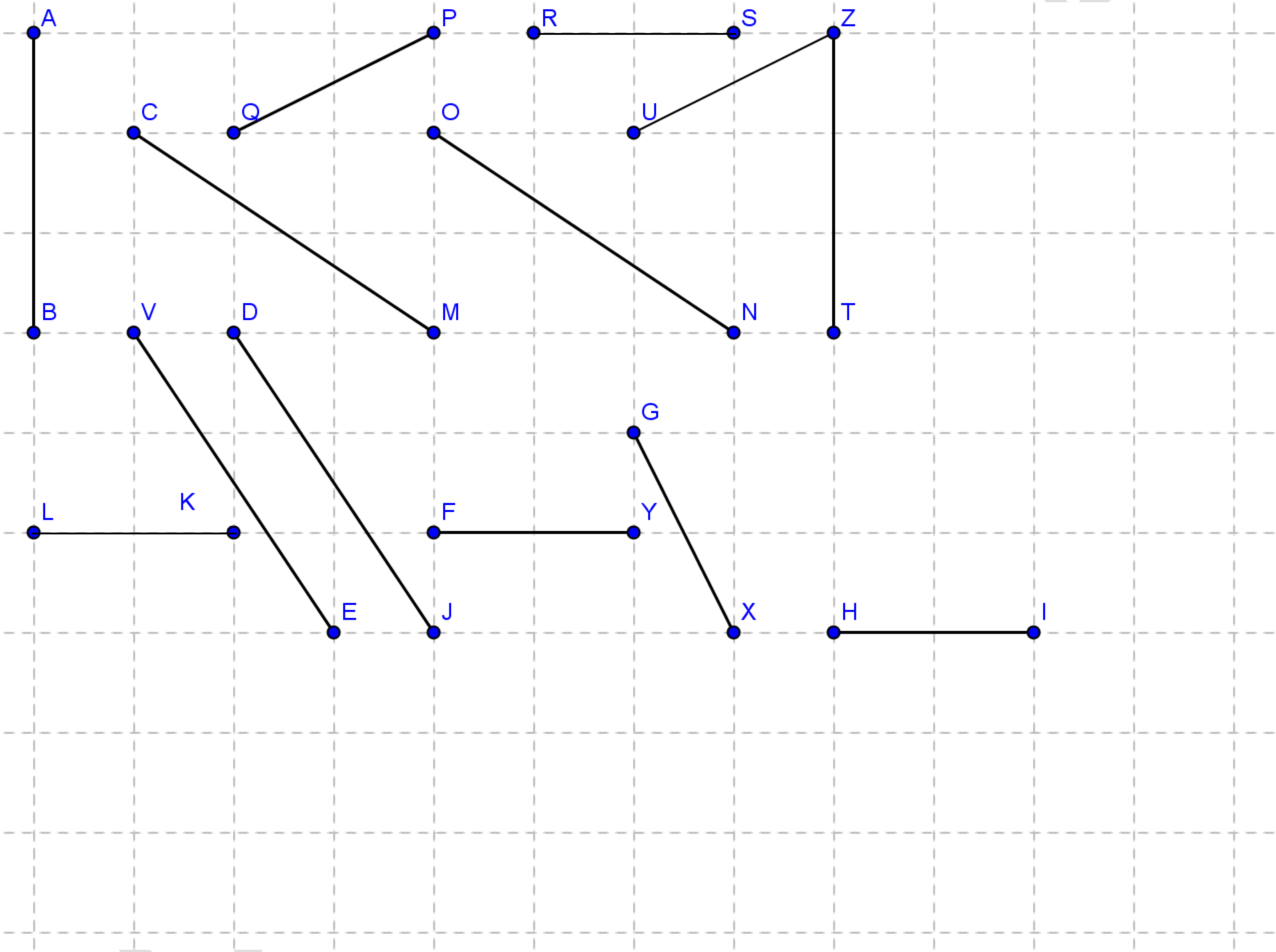
-1- **Nommer des vecteurs égaux à** $\overrightarrow{AB}$.

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF} = \overrightarrow{FC} = \overrightarrow{KI} = \overrightarrow{JL}$

-2- **Nommer des vecteurs égaux à** $\overrightarrow{CD}$.

$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{NL}$

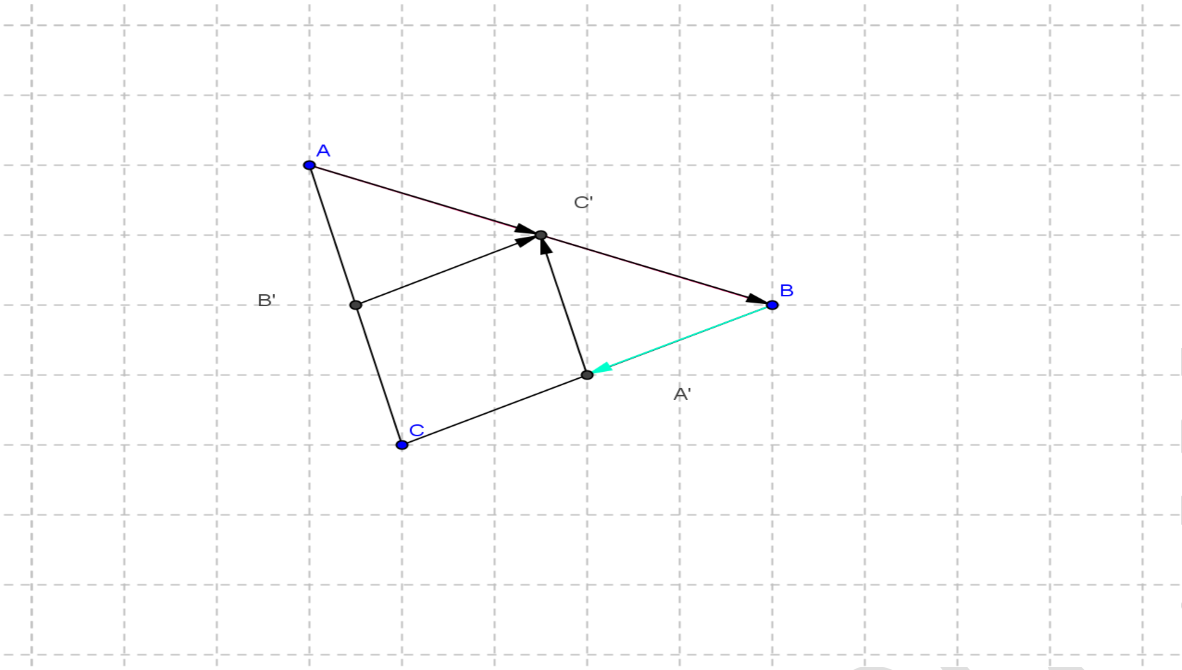
3) Activité 3 page 53



$\overrightarrow{ZT} = \overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{VE}$; $\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{FY} = \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{HI}$; $\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{UZ}$; $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{ON}$

II) Egalité vectorielle

1) Activité 4 page 53



-1- Dans le triangle ABC on a : A' le milieu de [BC] et B' le milieu de[AC] donc (A'B') // (AB) et

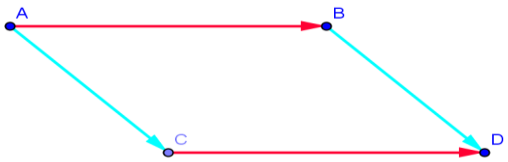
C' le milieu de [AB] A'B' = $\frac{1}{2}$ BC = C'A = BC ' d'où A' B' A C' est un parallélogramme donc

$\overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$ de même $\overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{C'B}$

-2- On démontre de même

$\overrightarrow{BA'} = \overrightarrow{A'C} = \overrightarrow{C'B'}$ et $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{B'A}$

1) **Activité 5 page 54**



-1- *On a* $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **équivaut à [AD] et [BC] ont le même milieu (A*D = B*C)**

badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia 06/02/2012

$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ **équivaut à** **[AD] et [BC] ont le même milieu (A*D = B*C)**

Enfin $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **équivaut à** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

-2- A , B , C et D non alignés et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **équivaut à** **[AD] et [BC] ont le même milieu (A*D = B*C)**

équivaut à **A B C D** est un parallélogramme .

-3- $On\ a\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **et** A , B , C et D non alignés **équivaut à** **A B D C** est un parallélogramme .

équivaut à **AB = CD**

équivaut à (AB) // (CD)

2) <u>**Activité 6 page 54**</u>

badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia 06/02/2012

A , B , C et D sont quatre points distincts du plan tels que : si A , B , C et D sont alignés (AB) // (CD)

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **équivaut à** [AD] et [BC] ont le même milieu I (A*D = B*C = I) C ∈ (AB)

Alors (AB) et (CD) sont confondue A , B , C et D sont alignés .

A*D = B*C = I **équivaut à :** AI = ID et BI = IC

AB = AI - IB = ID – IC donc AB = CD

Proposition

-1- Soient A , B , C et D sont quatre points distincts du plan tels que : si A , B et C sont alignés si on a :

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ **alors** $\begin{cases} AB = CD \\ A, B, C \text{ et } D \text{ sont alignés} \end{cases}$

-2- Soient quatre points A , B , C et D tel que A , B et C non alignés $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ équivaut à à

A B D C est un parallélogramme et [AD] et [BC] ont le même milieu (A*D = B*C)

3) Activité 7 page 54

-1- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AM}$ *équivaut à* $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BM}$ *équivaut à* $\overrightarrow{BM} = \vec{0}$ *équivaut à* B = M

-2- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BB'}$ *équivaut à* A*B' = B *B *équivaut à* A * B ' = B

Proposition

a) Soient A et B deux points on a : $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB}$ *équivaut à* M = B

b) Soient A , B et C trois points distincts on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$ *équivaut à* B = A * C

badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia 06/02/2012

Conséquence

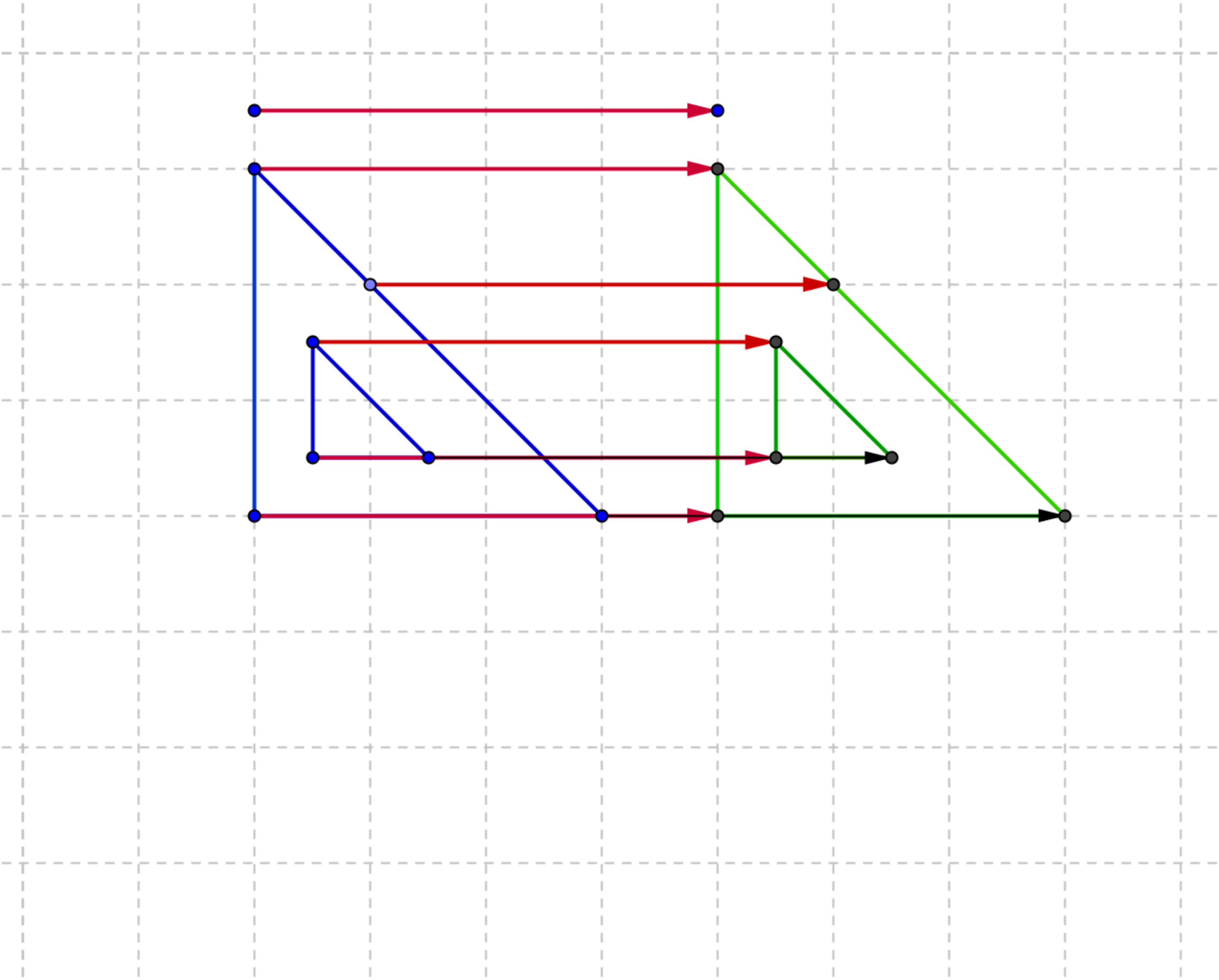
Deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux signifie qu'ils ont .

- Même longueur AB = CD
- Même direction (AB) // (CD)
- Le même sens
- [AD] et [BC] ont le même milieu (A*D = B*C)

III) Image d'un point par une translation

1) Activité 8 page 54

badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia 06/02/2012



-3- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{II'} = \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{EE'}$

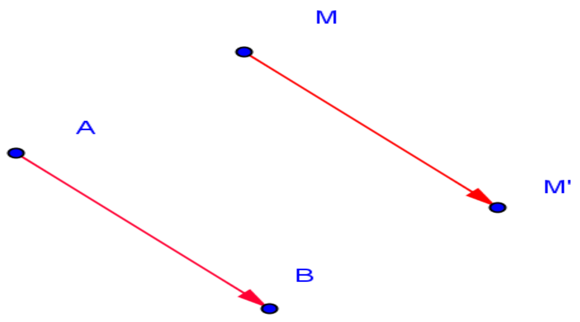
-4- on a $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{DD'}$ et C , D , D' et C' non alignées alors C D D' C' est un parallélogramme donc CD = C'D'

De meme DI =D'I' CI = C'I'

-5- $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

2) Activité 9 page 55

badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia 06/02/2012



-1- $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$ équivaut [AM'] et [BM] ont le même milieu O . donc $S_O\,(A) = M'$ donc il existe un seul point M'

-2- N ∈ (AB) on a $\overrightarrow{NN'} = \overrightarrow{AB}$ et N , A et B sont alignés alors [BN] et [AN'] ont le même milieu I . N ,N' , A et B sont alignés donc il existe un unique point tel que : $\overrightarrow{NN'} = \overrightarrow{AB}$

3) Définition

Soient A et B deux points distincts et M un point du plan on dit que le point M' est l'image du point M par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ si $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

4) Notation

La translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ est noté $t_{\overrightarrow{AB}}$ est une application du plan $\mathcal{P}$ dans le plan $\mathcal{P}$

$t_{\overrightarrow{AB}} : \mathcal{P} \rightarrow \mathcal{P}$ $\qquad$ $t_{\overrightarrow{AB}}$ (M) = M' équivaut $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

M $\rightarrow M'$

5) Conservation des distances

a) Activité 10 P 55

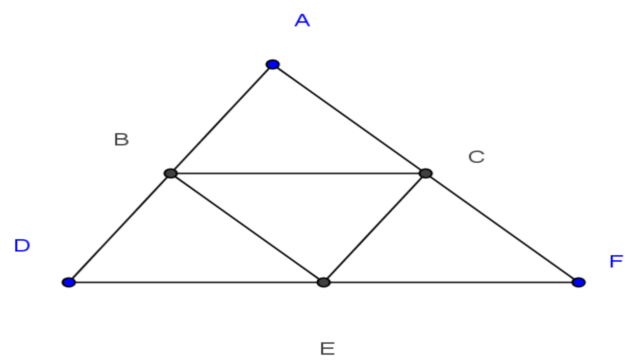
On a : $t_{\overrightarrow{AB}}$ (M) = M' ssi $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$

$t_{\overrightarrow{AB}}$ (N) = N ' ssi $\overrightarrow{NN'} = \overrightarrow{AB}$

équivaut $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{NN'}$ équivaut $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{M'N'}$

Conclusion la translation conserve les distances

b) Situation 2 P 61



-1- On B le milieu de [AD]

BCFE est un parallélogramme $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$

BCED est un parallélogramme $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{EF}$

On a B le milieu de [AD] $équivaut\ \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$ $équivaut\ t_{\overrightarrow{AB}}$ (B) = D

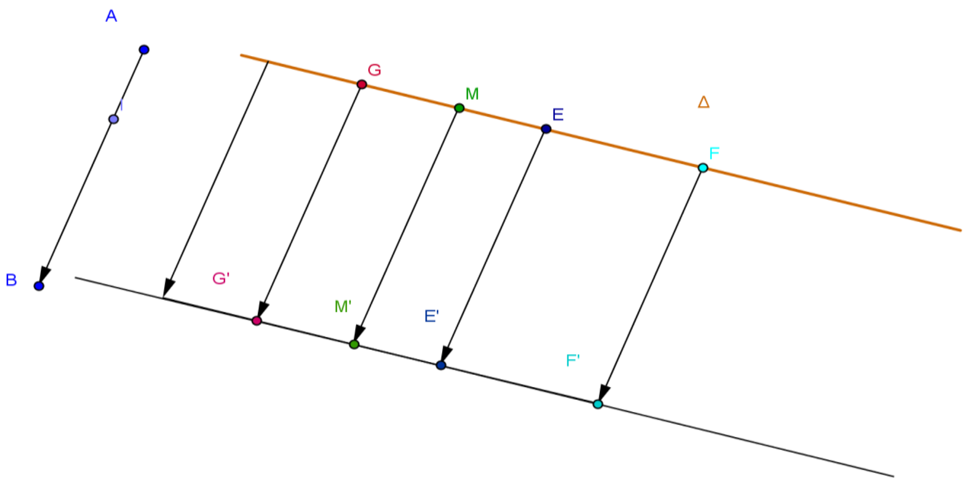
D'où D est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

-2- on a BCED est un parallélogramme donc $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BD}$ comme $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BD}$

Alors $\overrightarrow{CE}$ = $\overrightarrow{AB}$ d'où $t_{\overrightarrow{AB}}$ (C) = E

IV) Image d'une droite par une translation

1) Activité 11 page 56



badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia

-1- $t_{\overrightarrow{AB}}$ (E) = E’

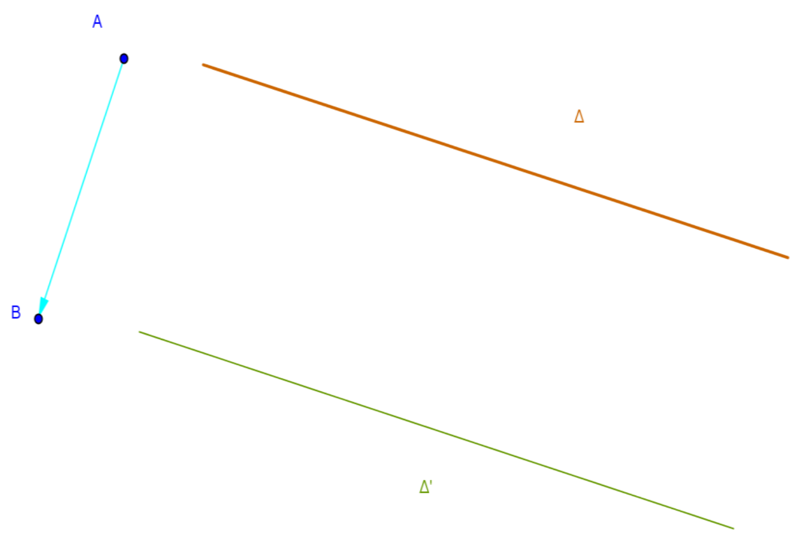
Retenons

Limage d’une droite par une translation est une droite qui lui est paralléle .

Remarque

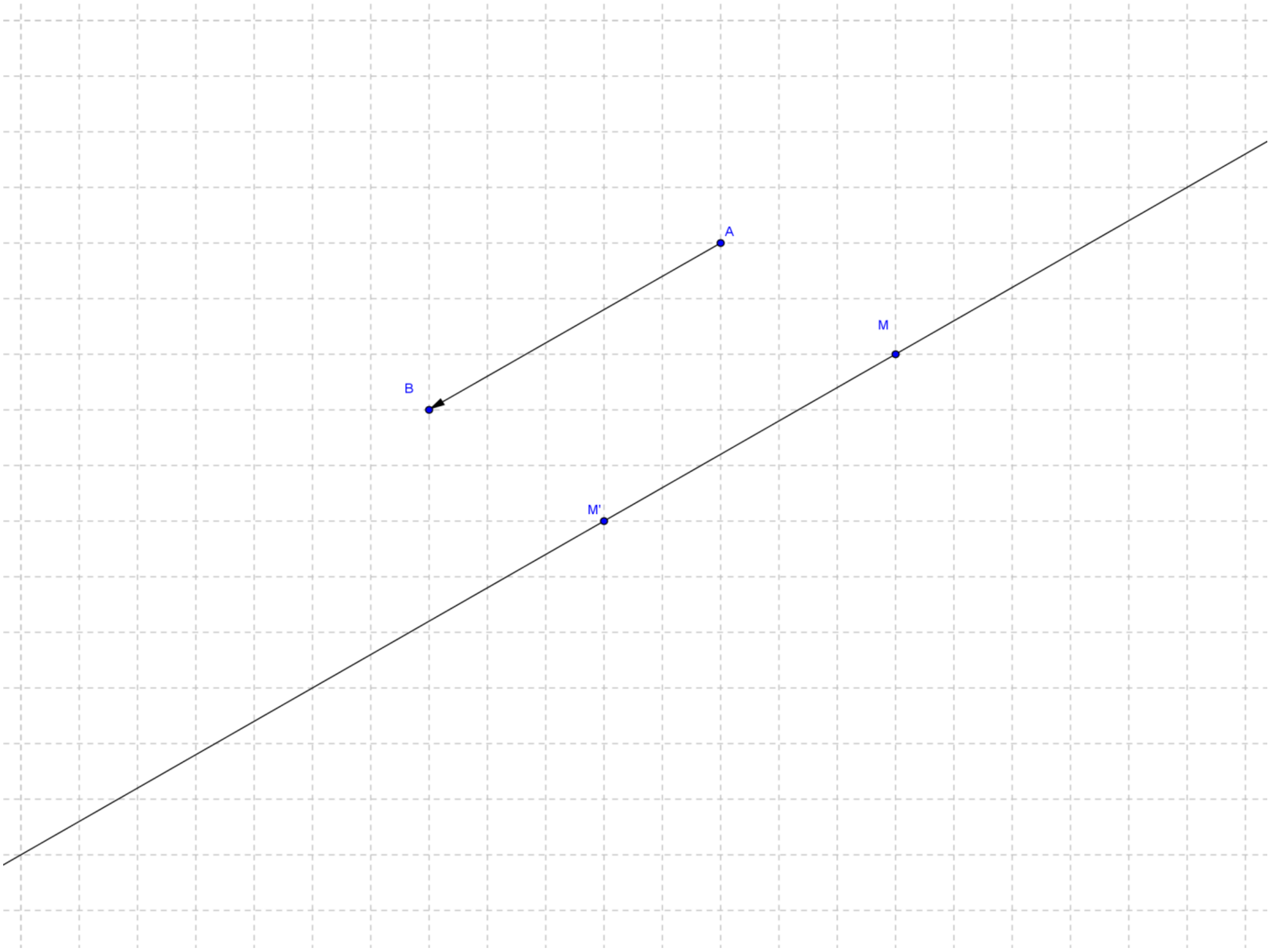
-1- si Δ et (AB) sont sécantes et $t_{\overrightarrow{AB}}(\Delta) = \Delta'$ alors

Δ // Δ’ ne sont pas confondues



badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia 06/02/2012

-2- Si $\Delta \,//\, (AB)$ alors $t_{\overrightarrow{AB}}(\Delta) = \Delta$



V) Image d'un segment par une translation

1) Activité 1

Soit un segment [EF] et $\overrightarrow{AB}$ un vecteur tel que (AB) et (EF) sont sécante construire

$t_{\overrightarrow{AB}}$(E) = E' équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EE'}$ et $t_{\overrightarrow{AB}}$(F) = F ' équivaut à $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{FF'}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{EE'} = \overrightarrow{FF'}$ équivaut à EE' = FF' et $t_{\overrightarrow{AB}}$([EF]) =[E' F']

Retenons

Limage d'un segment par une translation est un segment qui lui est isométrique.

VI) Image d'un cercle par une translation

1) Activité 1

Soit $(\mathcal{C})$ un cercle de centre O et de rayon R , $\mathcal{C}_{(O,R)}$ et $\overrightarrow{AB}$, $t_{\overrightarrow{AB}}$(O) = o' , M ∈ $\mathcal{C}$

$t_{\overrightarrow{AB}}$(M) = M ' $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OO'}$ et $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MM'}$ alors $\overrightarrow{OO'} = \overrightarrow{MM'}$ alors $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM'}$

R = OM = OM' alors M' ∈ $\mathcal{C}_{(O',R)}$

Retenons

On admet que : l'image d'un cercle par une translation est un cercle de même rayon et dont le centre est l'image du centre .

ABCD **est un parallélogramme**

- **Ssi** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- **Ssi A*C = B*D = O**

badredine.badredine@laposte.net
https://sites.google.com/site/badrmathtunisia