Un hypermarché dispose de 20 caisses.
Le tableau suivant indique le temps moyen d'attente à une caisse en fonction du nombre de caisses ouvertes.

Nombre de caisses ouvertes :*X*	**3**	**4**	**5**	**6**	**8**	**10**	**12**
Temps moyen d'attente (en mn) *Y*	16	12	9,6	7,9	6	4,7	4

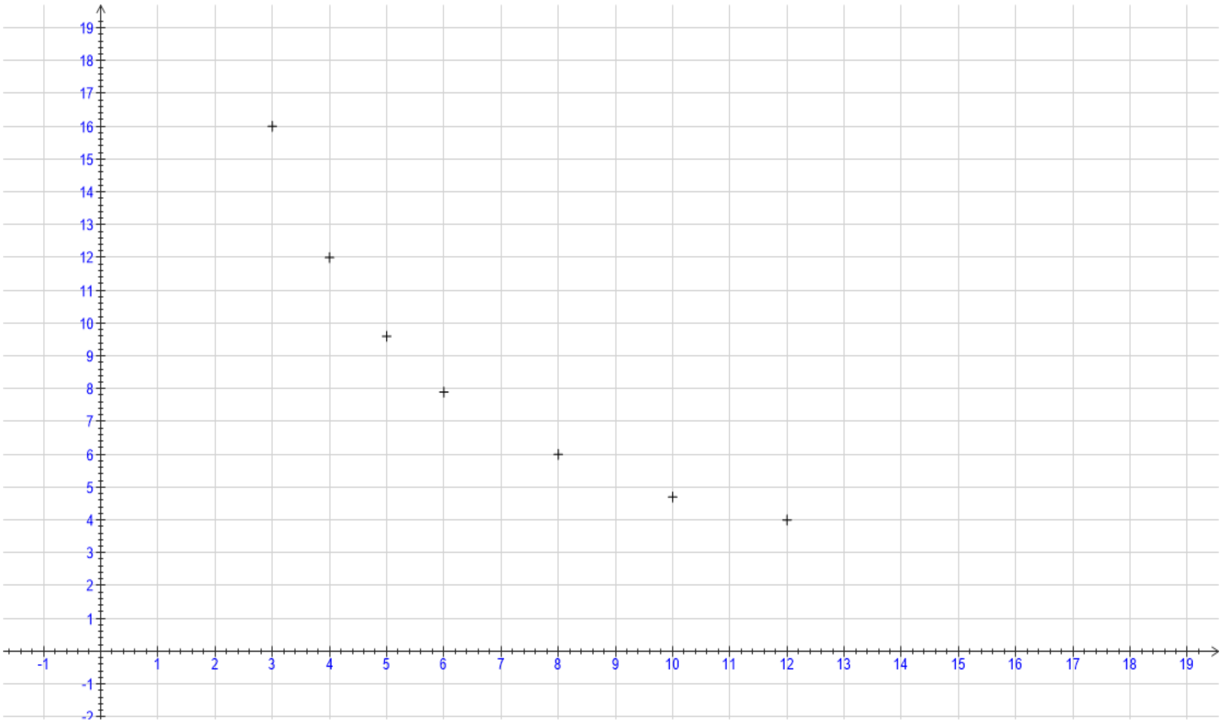
1- Construire le nuage des points $M(x,y)$ de cette série statistique .
Unités : 1cm pour une caisse et 1cm pour une minute.

2- Calculer les coordonnées du point moyen et placer le sur le graphe. On donnera les résultats à 10^{-2} près.

3- ***a-*** Calculer le coefficient de corrélation r. est-ce que un ajustement affine est justifié ?
b- Donner l'équation de (Δ) la droite de régression de Yen X par la méthode des moindres carrés et tracer (Δ) sur le graphique.
c- Estimer à l'aide de l'équation de (Δ) :
i) Le nombre de caisse à ouvrir pour un temps d'attente de 5 mn.
ii) Le temps d'attente à la caisse lorsque 15 caisses sont ouvertes.
iii) Cet ajustement est-il fiable ?

4- Donner l'équation de la droite de régression de Yen X selon la méthode de Mayer.

5- On considère la fonction définie sur]0, +∞ [par : $f(x) = \dfrac{48}{x}$.
a- Tracer la représentation graphique de f dans le repère utilisé pour le nuage.
b- Estimer à l'aide de l'équation de (Δ) :
i) le nombre de caisse à ouvrir pour un temps d'attente de 5 mn .
ii) le temps d'attente à la caisse lorsque 15 caisses sont ouvertes.

1- 

2- Le point moyen : $G(\overline{X},\overline{Y})$ où $\begin{cases} \overline{X} = \frac{1}{7}\sum x_i \\ \overline{Y} = \frac{1}{7}\sum y_i \end{cases}$.

Alors G (6.85, 8.6).

- $\overline{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$
- $\overline{y} = \frac{1}{n}\sum y_i$
- n = 7

3- .

a- Le coefficient de corrélation : r = -0.92

- $r = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma(x)\sigma(y)}$
- $\text{cov}(x,y) = \frac{1}{n}\sum x_i.y_i - \overline{x}.\overline{y}$
- $\sigma_x = \sqrt{v_x}$ où $v_x = \frac{1}{n}\sum x_i^2 - \overline{x}^2$
- $\sigma_y = \sqrt{v_y}$ où $v_y = \frac{1}{n}\sum y_i^2 - \overline{y}^2$

Et comme $|r|$> 0.75 on a une corrélation forte et un ajustement affine est justifié.

b- L'équation de la droite de régression de *y*en *x* est donnée par : $y = ax + b$ où

Donc : a = -1.21 et b = 16.88 .
Donc l'équation est : y = -1.21 x + 16.89

- $a = \frac{\text{cov}(x,y)}{V(x)}$
- $b = \overline{y} - a\overline{x}$

c-

i- Le nombre de caisse à ouvrir pour un temps d'attente de 5 mn

Signifie que : y=5.Alors $x = \dfrac{5-16.88}{-1.20} = 18.9$

Soit 19 caisses (le nombre de caisses est un entier).

Cherchons x pour y=5

5=-1.21x+16.89

ii- Le temps d'attente à la caisse lorsque 15 caisses sont ouvertes

Signifie que : x = 15 alors y = -1.20 × 15 + 16.88 = -1.24

Soit 0 (le temps d'attente ne doit pas être négatif).

iii- Le dernier chiffre obtenu n'est pas logique car c'est contradictoire avec celui qui le précède en effet pour 19 caisses ouvertes on a un temps d'attente estimé à 5 mn et pour 15 caisses ouvertes on a un temps d'attente nul !!!

4- La droite de Mayer consiste à diviser le tableau en deux sous tableaux (le nombre de colonne de l'un ne doit pas dépasser le nombre de colonnes de l'autre de plus que 1)

Puis, pour chaque sous tableau on détermine le point moyen ainsi on a deux points moyen G_1 et G_2 .

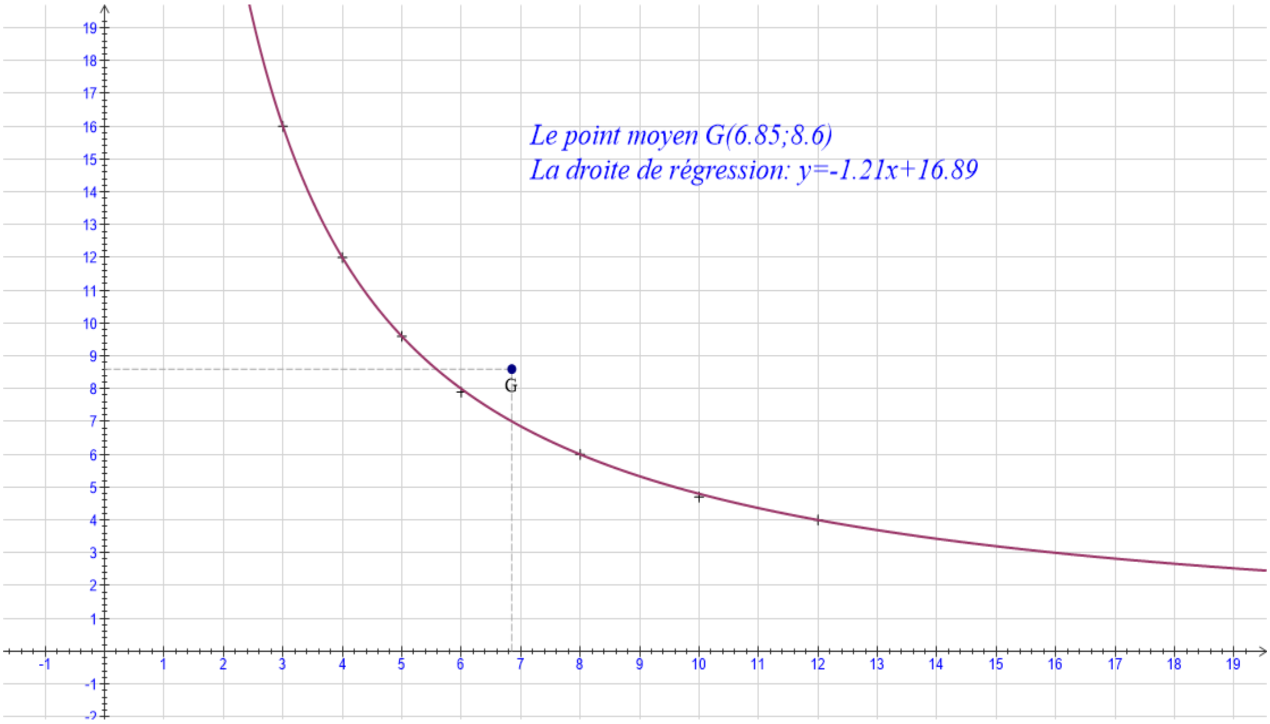
La droite de Mayer est donc la droite (G_1, G_2).

3	4	5	6	8	10	12
16	12	9,6	7,9	6	4,7	4

Ainsi on a : G_1(4.5, 11.375) et G_2(10, 4.9)

D'où : (G_1, G_2) : y = a x + b avec $a = \dfrac{4.9-11.375}{10-4.5} = -1.17$ et b= 4.9- (-1.17×10) = 16.6.

5-



Le nouvel ajustement est non linéaire, il donné par $y = f(x) = \dfrac{48}{x}$

$$5 = \frac{48}{x}$$

i- Le nombre de caisse à ouvrir pour un temps d'attente de 5 mn
Signifie que : Y = 5 alors : X = 9.6 soit 10 caisses à ouvrir.

ii- Le temps d'attente à la caisse lorsque 15 caisses sont ouvertes.
Signifie que : X= 15 donc Y = 3.3mn